ОТДЕЛ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Академия наук Азербайджана

# ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ
# РАСУ - АЗЕРБАЙДЖАН

Сборник научных трудов

Баку - 1991

СОДЕРЖАНИЕ

З.Г.Джабраилова

# ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ГРУППОВОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Управление организационными системами определяется принятием и реализацией множества решений, принимаемых отдельными лицами или группой лиц для достижения поставленной цели. При этом существенную роль играет мнение лица, принимающего решение, его опыт, знания, интуиция, так как выбор решения связан с выявлением предпочтений ЛПР. Неформализуемый характер и лингвистическая форма предпочтения, которые выявляет ЛПР (управленческий персонал), приводят к необходимости использования аппарата теории нечетких множеств для автоматизации процесса принятия решения в системах организационного управления. С этой целью предлагается метод принятия индивидуальных и групповых решений, основанный на теории нечетких множеств, заключающейся в следующем.

Пусть $X$ - множество альтернативных вариантов, т.е.

$X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}=\{x_i, i=\overline{1,n}\}$ и среди них надо выбрать наилучшее решение, согласованное с целями, мотивами, предпочтениями ЛПР. В качестве элементов $X$ могут выступать организационные решения, конкурсные темы, планы или проекты и т.д. $K$ - множество критериев или свойств, присущих альтернативам, где $K=\{k_1, k_2, \ldots, k_m\}=\{k_j, j=\overline{1,m}\}$.

Процесс принятия решений, в общем случае, сводится к выбору эффективных альтернатив среди возможных. Каждая альтернатива характеризуется отношением свойств к данной альтернативе, с одной стороны, и отношением предпочтения альтернатив по каждому из свойств, с другой. Множество допустимых альтернатив представляется двухмерной реляционной матрицей, в которой степень удовлетворения альтернативы $x_i$ критерию $k_j$ определяется функцией принадлежности: $\varphi_{k_j}(x_i): X \times K \to [0,1]$.

При определении $\varphi_{k_j}(x_i)$ используется шкалирование критериев, которое независимо от характера критерия (количественное или качественное) определяет его значение в интервале $[0,1]$ на основе процентного соотношения.

Таким образом, процесс принятия решений сводится к выбору эффективных альтернатив среди возможных. На основе подхода Беллмана-заде функция принадлежности альтернативы, соответствующей решению, определяется пересечением степеней удовлетворения альтернатив критериям, т.е.

$$\varphi^{эфк}(x) = \max \varphi(x_i) = \max\min \{\varphi_{k_j}(x_i),\ j = \overline{1,m}\}. \quad (1)$$

$\varphi^{эфк}(x)$ соответствует альтернативе, доставляющей максимальную степень принадлежности решению, которое является наиболее эффективным.

Если в процессе выбора участвуют $Q$ ЛПР, выражающих свое отношение к данной альтернативе, то результирующее групповое принятие решений получается посредством анализа индивидуальных (частных) решений. Для результирующего принятия решений справедлив принцип суперпозиции, который можно сформулировать следующим образом:

если процесс принятия решений разбит на множество подпроцессов, то возможно нахождение оптимального решения во множестве оптимальных решений подпроцессов. В таком случае результирующее групповое решение находится во множестве индивидуальных решений.

Итак, для нахождения результирующего группового решения на основе индивидуальных (частных) решений предлагается следующий метод.

Для каждого $q$-го ЛПР, где $q \in Q$, определяется нечеткое отношение предпочтения $\psi$ на множестве альтернатив $X$ или, иными словами определяется функция принадлежности вида $\psi : X \times X \times Q \to [0,1]$. Значение $\psi(x_i, x_j, q)$ означает отношение предпочтения на множестве альтернатив, предлагаемое $q$-м ЛПР. $\psi(x_i, x_j, q)$ обладает свойством рефлексивности, т.е. $\psi(x_i, x_i, q) = 1$ при любом $x_i \in X$.

Равенство $\psi(x_i, x_j, q) = 0$, означающее несравнимость альтернатив $x_i, x_j$ между собой ни с какой положительной степенью, в нашем случае отсутствует, так как все альтернативы сравнимы между собой.

$\psi(x_i, x_j, q)$ определяется по формуле

$$\psi(x_i, x_j, q) = \begin{cases} 1 - [\varphi(x_j, q) - \varphi(x_i, q)] & , \text{если } \varphi(x_j, q) \geq \varphi(x_i, q) \\ 1 & , \text{если } \varphi(x_j, q) \leq \varphi(x_i, q). \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\varphi(x_i, q) = \min\{\varphi_{k_j}(x_i, q), j = \overline{1,m}\}.$$

и удовлетворяет указанным выше требованиям. По этой формуле для каждого ЛПР определяется матрица нечетких отношений альтернатив. С другой стороны, лица, принимающие решения, неодинаково компетентны в данной предметной области. Этот фактор отражается коэффициентом компетентности ЛПР: $\gamma(q) \to [0,1]$, с учетом которого из выражения

$$\nu(q_1, q_2) = \begin{cases} 1 - [\gamma(q_2) - \gamma(q_1)] & \text{если } \gamma(q_2) \geq \gamma(q_1) \\ 1 & \text{если } \gamma(q_2) \leq \gamma(q_1). \end{cases} \quad (3)$$

определяется $\nu : Q \times Q \to [0,1]$ - нечеткое отношение компетентности лиц, принимающих решения.

Величина $\nu(q_1, q_2)$ понимается как степень, с которой ЛПП $q_1$ компетентнее ЛПР $q_2$.

После этого задача сводится к рациональному выбору альтернатив из множества $X$ с учетом описанной выше информации. Согласно [I] определяется $\varphi^{н.д}(x, q)$ – нечеткое подмножество недоминируемых альтернатив, соответствующее нечеткому отношению предпочтений $\varphi(x_i, x_\gamma, q)$ при фиксированном $q \in Q$

$$\varphi^{н.д}(x_i, q) = 1 - \sup_{x_\gamma \in Q} [\varphi(x_\gamma, x_i, q) - \varphi(x_i, x_\gamma, q)] \qquad (4)$$

Альтернативы, доставляющие по возможности большее значение функции принадлежности $\varphi^{н.д}(x, q)$ (степень недоминируемости $\varphi^{н.д}(x, q) = 1$ ) на множестве $X$, совпадают с индивидуальным решением для $q$-го ЛПР.

Далее нечеткое отношение $\nu(q_1, q_2)$ на множестве ЛПР обобщается на класс нечетких подножеств множества $Q$. Полученное нечеткое отношение на множестве $X$ определяется следующим образом:

$$\eta(x_i, x_\gamma) = \sup_{q_1, q_2 \in Q} \min \{\varphi^{н.д}(x_i, q_1), \varphi^{н.д}(x_\gamma, q_2), \nu(q_1, q_2)\} \qquad (5)$$

Это нечеткое отношение предпочтение является результатом "свертки" семейства нечетких отношений $\varphi(x_i, x_\gamma, q)$ в единое результирующее нечеткое отношение предпочтений с учетом информации о компетентности ЛПР в данной предметной области.

Таким образом, задача выбора с несколькими отношениями предпочтения сведена к задаче выбора с единственным отношением предпочтения. Для ее решения на основе индуцированных отношений предпочтения на множестве альтернатив $\eta(x_i, x_\gamma)$ определяется соответствующее множество недоминируемых альтернатив

$$\tilde{\eta}^{н.д}(x_i) = 1 - \sup_{x_\gamma \in X} [\eta(x_\gamma, x_i) - \eta(x_i, x_\gamma)]. \qquad (6)$$

Наконец, по формуле

$$\eta^{н.д}(x_i) = \min\left\{\tilde{\eta}^{н.д}(x_i), \eta(x_i, x_i)\right\} \quad (7).$$

определяется скорректированное нечеткое множество недоминируемых альтернатив и выбирается альтернатива, доставляющая максимум функции $\eta^{н.д}(x)$.

Выбранная альтернатива является результирующим групповым решением выбора и совпадает с одним из индивидуальных решений.

Отсюда следует, что для группового решения справедлив принцип суперпозиции.

Пример: Пусть $X = \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6\}$ заданное множество альтернатив.

$K = \{K_1, K_2, K_3, K_4, K_5\}$ – критерии эффективности, присущие этим альтернативам.

В процессе выбора участвуют 3 ЛПР. Коэффициент компетентности ЛПР выражены следующими значениями

$$\gamma(Э_1) = 0{,}9, \quad \gamma(Э_2) = 1, \quad \gamma(Э_3) = 0{,}9.$$

Степени удовлетворения множество альтернатив множеству критериев заданы таблицами:

по $Э_I$:

| | $K_I$ | $K_2$ | $K_3$ | $K_4$ | $K_5$ | $\varphi(T_i)$ | $\max\varphi(T_i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | 0 | 0,54 | 0,52 | 0,62 | 0,82 | 0 | |
| $T_2$ | 0 | 0,74 | 0,24 | 0 | 0,66 | 0 | |
| $T_3$ | 0,I2 | 0,24 | 0,50 | 0,62 | 0,64 | 0,I2 | |
| $T_4$ | 0,34 | 0,40 | 0,42 | 0,56 | 0,52 | 0,34 | 0,34 |
| $T_5$ | 0,32 | 0,54 | 0,56 | 0,62 | 0,82 | 0,32 | |
| $T_6$ | 0,24 | 0,32 | 0,46 | 0,54 | 0,52 | 0,24 | |

по $Э_2$:

| | $К_I$ | $К_2$ | $К_3$ | $К_4$ | $К_5$ | $\varphi(T_i)$ | $\max\varphi(T_i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | 0,34 | 0,46 | 0,32 | 0,52 | 0,46 | 0,32 | 0,32 |
| $T_2$ | 0,08 | 0,24 | 0,44 | 0,72 | 0,46 | 0,08 | |
| $T_3$ | 0,36 | 0,32 | 0,34 | 0,44 | 0,32 | 0,32 | 0,32 |
| $T_4$ | 0,34 | 0,06 | 0,04 | 0,I4 | 0,22 | 0,04 | |
| $T_5$ | 0,36 | 0,32 | 0,26 | 0,26 | 0,22 | 0,22 | |
| $T_6$ | 0,64 | 0,44 | 0,24 | 0,42 | 0,36 | 0,24 | |

по $Э_3$:

| | $К_I$ | $К_2$ | $К_3$ | $К_4$ | $К_5$ | $\varphi(T_i)$ | $\max\varphi(T_i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | 0,44 | 0,32 | 0,40 | 0,70 | 0,60 | 0,32 | |
| $T_2$ | 0,20 | 0,30 | 0,I0 | 0,40 | 0,50 | 0,I0 | |
| $T_3$ | 0,20 | 0,30 | 0,40 | 0,50 | 0,20 | 0,20 | |
| $T_4$ | 0,I0 | 0,I0 | 0,I6 | 0,30 | 0,04 | 0,04 | |
| $T_5$ | 0,70 | 0,50 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,50 | 0,50 |
| $T_6$ | 0,50 | 0,50 | 0,60 | 0,70 | 0,36 | 0,36 | |

Пересечением степени удовлетворения альтернативы критериям определяется функция принадлежности решению, т.е.

$$\varphi(T_i) = \min\{\varphi_{K_j}(T_i),\ j=\overline{1,5}\}.$$

Альтернативы, реализующие

$$\max_{T_i\in X}\varphi(T_i) = \max_{T_i\in X}\min\{\varphi_{K_j}(T_i),\ j=\overline{1,5}\}$$

являются наиболее эффективными решениями. В данном случае наиболее эффективными решениями по ЭI является $T_4$ , по Э2 - альтернативы $T_I$ и $T_3$ , по Э3 - альтернатива $T_5$.

На основе $\varphi(T_i)$ по формуле (2) альтернативы сравниваются друг с другом. Пусть результаты сравнения альтернатив по каждому ЛПР в отдельности описываются следующими матрицами отношения нестрогого предпочтения:

| по $Э_I$ | $T_I$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$ | $T_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | I | I | 0,88 | 0,66 | 0,68 | 0,76 |
| $T_2$ | I | I | 0,88 | 0,66 | 0,68 | 0,76 |
| $T_3$ | I | I | I | 0,78 | 0,8 | 0,88 |
| $T_4$ | I | I | I | I | I | I |
| $T_5$ | I | I | I | 0,98 | I | I |
| $T_6$ | I | I | I | 0,9 | 0,92 | I |

| по $Э_2$ | $T_I$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$ | $T_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | I | I | I | I | I | I |
| $T_2$ | 0,76 | I | 0,76 | I | 0,86 | 0,84 |
| $T_3$ | I | I | I | I | I | I |
| $T_4$ | 0,72 | 0,96 | 0,72 | I | 0,82 | 0,8 |
| $T_5$ | 0,9 | I | 0,9 | I | I | 0,98 |
| $T_6$ | 0,92 | I | 0,92 | I | I | I |

| по $Э_3$ | $T_I$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$ | $T_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | I | I | I | I | 0,82 | 0,96 |
| $T_2$ | 0,78 | I | 0,9 | I | 0,6 | 0,74 |
| $T_3$ | 0,88 | I | I | I | 0,7 | 0,84 |
| $T_4$ | 0,72 | 0,94 | 0,84 | I | 0,54 | 0,68 |
| $T_5$ | I | I | I | I | I | I |
| $T_6$ | I | I | I | I | 0,86 | I |

По формуле (3) на основе коэффициентов компетентности сравниваются компетентность ЛПР. Нечеткое отношение компетентности ЛПР описывается с помощью матрицы нечеткого отношения " не менее важно" следующего вида:

| | $Э_I$ | $Э_2$ | $Э_3$ |
|---|---|---|---|
| $Э_I$ | I | 0,9 | I |
| $Э_2$ | I | I | I |
| $Э_3$ | I | 0,9 | I |

В соответствии с описанным выше подходом определим множество недоминируемых альтернатив по мнению каждого ЛПР. В результате получаем

| $T_I$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$ | $T_6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,66 | 0,66 | 0,78 | I | 0,98 | 0,9 |
| I | 0,76 | I | 0,72 | 0,9 | 0,92 |
| 0,82 | 0,6 | 0,7 | 0,54 | I | 0,86 |

Как видно, альтернативы доставляющие по возможности большее значение функции принадлежности на множестве $X$ , т.е. $\varphi^{н.Д}(T_i, Э_q)=1$ совпадают с индивидуальным решением для ЛПР $q$ .

Далее, используя выражение (5), получаем матрицу индуцированного отношения предпочтения на множестве альтернатив:

| | $T_I$ | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ | $T_5$ | $T_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_I$ | I | 0,76 | I | I | I | 0,92 |
| $T_2$ | 0,76 | 0,76 | 0,76 | 0,76 | 0,76 | 0,76 |
| $T_3$ | I | 0,76 | I | I | I | 0,92 |
| $T_4$ | I | 0,36 | 0,9 | I | I | 0,9 |
| $T_5$ | 0,9 | 0,76 | 0,9 | 0,98 | I | 0,9 |
| $T_6$ | 0,92 | 0,76 | 0,92 | 0,92 | 0,92 | 0,92 |

а по выражению (6) - соответствующее ( нескорректированное ) множество недоминируемых альтернатив:

$$\tilde{\varphi}^{н.Д}(T_i) = \frac{T_I \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6}{I \quad I \quad I \quad 0,9 \quad 0,9 \quad I}$$

Наконец, по формуле (7) определяется скорректированное нечеткое множество недоминируемых альтернатив

$$\varphi^{н.Д}(T) = \frac{T_I \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad T_5 \quad T_6}{I \quad 0,76 \quad I \quad 0,9 \quad 0,9 \quad 0,92}$$

Таким образом, приходим к выводу о том, что рациональным в данной задаче следует считать выбор альтернатив $T_I$ и $T_3$.

## ЛИТЕРАТУРА

I. С.А.Орловский "Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М., Наука, 1981.