УДК 004.75

Разработка модели оптимального распределения ресурсов памяти в вычислительных сетях

Р.Г. АЛЕКПЕРОВ[1], канд. техн. наук, Ф.Х. ПАШАЕВ[2], канд. техн. наук, М.А. ГАШИМОВ[1]

[1]*Институт информационных технологий НАНА, г. Баку, Азербайджан*

[2]*Институт систем управления им. ак. А. Гусейнова, г. Баку, Азербайджан*

E-mail: rashid@iit.ab.az

В статье рассмотрен вопрос оптимального распределения ресурсов памяти в вычислительных сетях. Предложена модель оптимального распределения ресурсов памяти. Модель применяется в виртуализации ресурсов памяти, определяет резервы и обеспечивает использование ресурсов памяти, не расточая их.

Ключевые слова: *центр обработки данных, облако вычисления, объем памяти, марковский процесс, стохастическая модель, виртуальный ресурс.*

The problem of optimal distribution of memory resources in a data processing centre is considered. The stochastic model of dynamic memory resource distribution has been suggested. The model is used in virtualization of memory resources not spending them.

Keywords: *data processing centre, computation cloud, memory volume.*

Введение

В настоящее время с помощью технологии облачных вычислений (Cloud computing) проводятся интенсивные научно-исследовательские работы в направлении рационального использования вычислительных ресурсов и ресурсов памяти центров обработки данных.

Эти системы, обладающие большими вычислительными ресурсами и ресурсами памяти, создаются на базе компьютерных сетей, имеющих высокоскоростные каналы связи. Исследования показывают, что только 60—70% вычислительных ресурсов и ресурсов памяти компьютеров таких влиятельных компаний, как Intel, IBM, Google, и других используются рационально [1, 2]. Технология Cloud computing позволяет более рационально использовать вычислительные ресурсы и ресурсы памяти центров обработки данных.

Технология Cloud computing дает возможность масштабировать физические ресурсы (например, процессор или дисковое пространство), использовать эти ресурсы с помощью Интернета. В этом случае процесс обработки и хранения данных рассматривается как вид услуг. Технология Cloud computing позволяет пользователям получать мощные вычислительные ресурсы и ресурсы памяти, в то же время пользователя не интересуют местонахождение и настройка этих ресурсов.

Статья посвящена оптимальному распределению между пользователями ресурсов памяти центров обработки с помощью указанной услуги. Предложенная модель дает возможность привлечь к системе еще больше пользователей путем оптимального распределения между ними существующих ресурсов памяти.

Разработка модели оптимального распределения памяти в центрах обработки данных

Проанализируем процесс динамического распределения памяти между пользователями в системах, в которых применяются гипервизоры, обеспечивающие динамическое распределение памяти. Процесс динамического распределения памяти будем моделировать как марковский процесс [4]. Следует отметить, что марковские процессы применяются для моделирования проблем, возникающих в телекоммуникационных системах, секторах общественных услуг и в различных областях науки и техники [5—7]. Допустим, что M — число заранее предусмотренных пользователей, где m-й пользователь ($m \in [1, M]$) использует память в объеме V_m.

Если обозначить объем памяти, используемый в любой момент t, через V_t, тогда

$$V_{t\min} = 0, V_{t\max} = \sum_{m=1}^{M} V_m.$$

Но на практике такие случаи редко встречаются.

А случай $V_{t\max} = \sum_{m=1}^{M} V_m$, можно сказать, вообще не встречается. Во время пиковых моментов использования памяти бывает $V_{pik} \le 0{,}7 V_{t\max}$, что, в свою очередь, может создать условия для привлечения большего количества новых пользователей.

Каждый пользователь памяти независимо от личности и функционального назначения в случайные моменты может обратиться с требованием получения необходимого объема памяти. Таким образом, процесс использования памяти определяется случайным объемом памяти V_t, который используется в произвольный момент времени t, поэтому такой процесс можно рассматривать как марковский. В данном случае пространство состояний процесса будет определяться используемой памятью различных объемов. При этом переход от одного состояния к другому не зависит от перехода процесса для достижения текущего состояния. Он зависит от текущего состояния, а это, в свою очередь, является одним из признаков марковского процесса. Так часто называют процесс, у которого отсутствует память.

Второй основной особенностью марковского процесса является наличие структуры с конечным числом состояний. В нашем случае число требуемых объемов (состояний) также является конечным, так как из существующего количества M пользователей в небольшой интервал времени (момент времени) разное количество пользователей могут обратиться за получением памяти. Эти пользователи могут образовать разные комбинации в количестве

$$C_M^n = \frac{M!}{n!(M-n)!}.$$

Поскольку $n \in [0; M]$, то число всех возможных комбинаций будет

$$K = C_M^0 + C_M^1 + \ldots + C_M^n + \ldots + C_M^M.$$

Известно, что по биному Ньютона [8]

$$K = C_M^0 + C_M^1 + \ldots + C_M^M = (1+1)^M = 2^M.$$

Значит, количество возможных различных состояний будет $K = 2^M$, а это является конечным числом. Таким образом, это условие марковского процесса тоже удовлетворено. Если обозначить объем, соответствующий n-й $(n \in [1, M])$ комбинации, через V_n, тогда пространство состояний процесса будет определяться множеством $\{V_n \mid n \in [1, K]\}$.

Надо отметить, что если во множестве $\{V_n \mid n \in [1, K]\}$ имеются равные или совсем близкие друг к другу объемы, удовлетворяющие условию $|V_n - V_k| < \Delta V$, то с условием сохранения одного из них можно уменьшить количество K. С этой целью можно применить алгоритм, аналогичный решету Эратосфена [9]. Для $\forall r \in [1, K]$ каждый элемент, начиная с V_r, сводится к r-элементу.

Если для произвольного $j > r$ будет $V_j = V_r$, тогда j-й элемент исключается. Количество оставшихся элементов опять обозначим через K. Процесс продолжается до тех пор, пока не получится значение $r = K$. С другой стороны, для упрощения результатов анализа в дальнейшем можно построить объемы множества $\{V_n \mid n \in [1, K]\}$ в порядке увеличения. Тогда для произвольного $m_1 > m_2$ будет $V_{m_1} > V_{m_2}$. Состояния системы можно указать через вектор состояния $E_1, E_2, ..., E_K$.

Из-за того, что все возможные состояния способны нумероваться, этот процесс называется случайным процессом с дискретным состоянием или дискретным случайным процессом. Дискретный случайный процесс в простых случаях можно представить в виде графа. Тогда вершины графа показывают состояния, а ребра графа — переход от одного состояния к другому (рис. 1).

Одной из особенностей описанного нами процесса является то, что переход от одного состояния к другому происходит не в заранее определенный промежуток времени, а в неопределенные случайные промежутки. Такой процесс называется случайным процессом с непрерывным временем.

В случайном марковском процессе с непрерывным временем продолжительность процесса в любом состоянии E_i должна подчиняться экспоненциальному закону с функцией распределения

$$F_{ij}(\tau) = 1 - e^{-\gamma_{ij}\tau}.$$

Здесь γ_{ij} является параметром распределения и характеризует частоту перехода процесса из состояния E_i в состояние E_j. Этот параметр в количественном отношении равен значению среднего времени пребывания в состоянии E_i до перехода процесса из состояния E_i в состояние E_j.

Вероятность перехода процесса от состояния E_i к состоянию E_j в течение времени $\Delta\tau$ можно определить по выражению:

$$P_{ij}(\Delta\tau / \tau \geq \tau_0) = P_r(\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + \Delta\tau \mid \tau \geq \tau_0) =$$
$$= \frac{P_r(\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + \Delta\tau)}{P_{r(\tau \geq \tau_0)}} = \frac{F(\tau_0 + \Delta\tau) - F(\tau_0)}{1 - F(\tau_0)} =$$
$$= \frac{1 - e^{-\gamma_{ij}(\tau_0 + \Delta\tau)} - \left[1 - e^{\gamma_{ij}(\tau_0)}\right]}{1 - 1 + e^{-\gamma_{ij}\tau_0}} =$$
$$= \frac{e^{-\gamma_{ij}(\tau_0)} e^{-\gamma_{ij}(\Delta\tau)} + e^{-\gamma_{ij}(\tau_0)}}{e^{-\gamma_{ij}(\tau_0)}} =$$
$$= \frac{e^{-\gamma_{ij}(\tau_0)}\left(1 - e^{-\gamma_{ij}(\Delta\tau)}\right)}{e^{-\gamma_{ij}(\tau_0)}} = 1 - e^{-\gamma_{ij}(\Delta\tau)}.$$

Из этого вытекает, что вероятность перехода не зависит от того, как процесс пришел в состояние E_i, и времени пребывания в состоянии E_i, а зависит только от того, в каком состоянии он находится.

Еще одна особенность экспоненциального распределения заключается в том, что если продолжительность пребывания процесса в состоянии E_i до перехода этого процесса из состояния E_i в состояние E_j распределена по экспоненциальному закону с параметром γ_{ij}, тогда интервал времени до момента перехода процесса в состояние E_j также подчиняется экспоненциальному распределению с параметром γ_{ij}.

Таким образом, условные и безусловные вероятности перехода марковского процесса в состояние E_j одинаковы:

$$P_{ij}(\Delta\tau) = P_{ij}(\Delta\tau / \tau \geq \tau_0) = 1 - e^{-\gamma_{ij}(\Delta\tau)}.$$

Если взять интервал $\Delta\tau$ в достаточно малом размере, тогда можно будет представить выражение $e^{-\gamma_{ij}(\Delta\tau)}$ как ряд Тейлора. Если отбросить степени высших порядков, тогда получим: $e^{-\gamma_{ij}(\Delta\tau)} \approx 1 - \gamma_{ij}\Delta\tau$,

$$P_{ij}(\Delta\tau) = 1 - (1 - \gamma_{ij}\Delta\tau) = \gamma_{ij}\Delta\tau. \qquad (1)$$

Таким образом, в DataCenter M-м количеством пользователей модель спроса на память строится как марковский процесс. Параметры этого процесса определяются в нижеприведенном порядке.

1. $E_1, E_2, ..., E_K$ — множество состояний.

Мы уже установили, что это множество является конечным и может определяться как $K = 2^M$. Здесь каждое состояние соответствует упорядоченному расположению объемов памяти, которые могут требоваться в различных комбинациях.

2. Стохастическая матрица переходов. Для процессов с непрерывным временем эта ма-

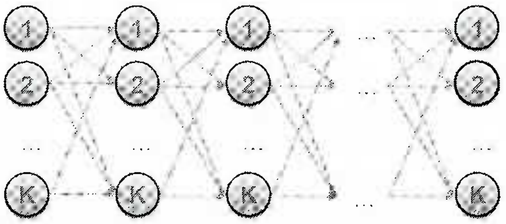

Рис. 1. Граф изменения состояний процесса

трица является матрицей переходов от одного состояния к другому.

Интенсивность перехода от состояния E_i в состояние E_j можно обозначить через g_{ij}.

Величину g_{ij} можно определить как:

$$g_{ij} = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{P_{ij}(\Delta\tau)}{\Delta\tau} \quad (i, j = \overline{1,n},\ i \neq j).$$

Из этого лимита видно, что в достаточно короткий промежуток времени $\Delta\tau$ вероятность перехода от состояния E_i в состояние E_j такова:

$$P_{ij}(\Delta\tau) \approx g_{ij}\Delta\tau. \quad (2)$$

Если интенсивность переходов не зависит от времени t, тогда такой марковский процесс называется однородным. Интенсивность переходов дается в виде квадратной матрицы

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{K1} & \cdots & g_{KK} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Диагональные элементы этой матрицы определяются по следующим условиям:

$$\sum_{i=1}^{K} g_{ij} = 0 \quad (i = \overline{1,K}).$$

Здесь $g_{ij} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{K} g_{ij} \quad (i, j = \overline{1,K}).$

Выше указано, что $P_{ij}(\Delta\tau) \approx \gamma_{ij}\Delta\tau$, с другой стороны, если учесть (2), тогда $g_{ij} = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{P_{ij}(\Delta\tau)}{\Delta\tau} = \gamma_{ij}$ является параметром интенсивности экспоненциального распределения.

3. Начальные вероятности в момент времени $t = 0$:

$$p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, \ldots p_K^{(0)}.$$

Здесь $P_i^{(0)}$ является вероятностью пребывания процесса в состоянии E_i в момент $t = 0$. Эти вероятности могут быть определены в результате приблизительных начальных наблюдений. Но если моделируемый процесс обладает эргодическими особенностями, тогда в любой момент времени t начало $\{P_i^{(t)}\}$ не определяется вероятностью и не остается никакой необходимости в начальных вероятностях.

Эргодичность процесса практически может быть определена следующим образом.

В разные промежутки времени t и $t + \Delta t$ определяются вероятности $\{P_i^{(t)}\}$ и $\{P_i^{(t+\Delta t)}\}$. Вычисляется отклонение

$$\sum (p_i^{(t)} - p_i^{(t+\Delta t)})^2.$$

Если это отклонение удовлетворяет условию

$$\lim_{t \to \infty} \sum (p_i^{(t)} - p_i^{(t+\Delta t)})^2 \to 0,$$

тогда можно назвать этот процесс эргодическим.

4. Вектор вероятностей. Является основной характеристикой моделируемого процесса.

$P_t = \{p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \ldots, p_K^{(t)}\}$ является вектором. Этот вектор в любой момент времени t дает полную информацию о процессе и удовлетворяет условию:

$$0 \leq p_i^{(t)} \leq 1, \quad \sum_{i=1}^{K} p_i^{(t)} = 1.$$

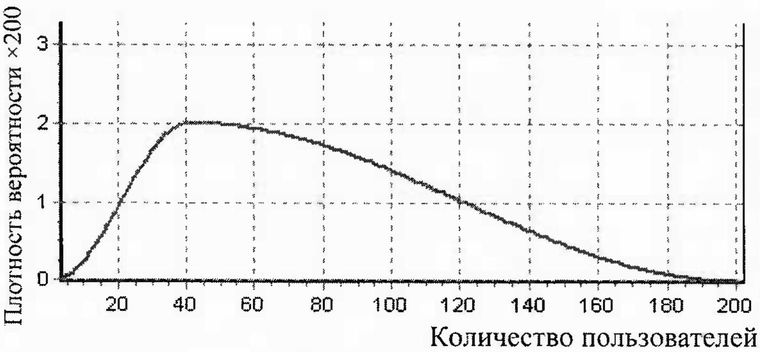

Рис. 2. Плотность вероятности использования памяти в DataCenter

Для вычисления вероятности в марковских процессах с непрерывным временем используется следующая система:

$$\frac{dp_j^{(t)}}{dt} = \sum_{i=1}^{K} p_i^{(t)} g_{ij},$$

$$\ldots$$

$$p_j^{(0)} = p_j^{(0)},$$

$$\ldots$$

$$\sum_{i=1}^{K} p_i = 1.$$

Если процесс обладает эргодическими особенностями, то единственным решением будет система алгебраических уравнений.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{K} p_i g_{i1} = 0 \\ \sum_{i=1}^{K} p_i g_{i2} = 0 \\ \qquad \ldots \\ \sum_{i=1}^{K} p_i g_{iK} = 0 \\ \sum_{i=1}^{K} p_i = 1 \end{cases}$$

Ввиду того, что эргодический процесс переходит в стационарный режим, он не зависит от времени и далее переходит в вектор $P(t) = (p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \ldots, p_K^{(t)}) = (p, p_2, \ldots, p_K) = P$.

Успешность практического применения предложенной модели зависит от ведения точного наблюдения в DataCenter. Если с этой целью разработать и применить специальное программное обеспечение, тогда за счет значений матриц перехода и уточнения первичных вероятностей можно определить текущее состояние процесса и точно спрогнозировать дальнейшее его развитие. Таким образом можно решить такие вопросы, как определение резервной памяти и возможности привлечения новых пользователей.

В связи с тем, что со временем анализируемый процесс приобретает качество эргодичности, потребность в различных объемах памяти в этом процессе определяется вероятностью распределения $P = (p, p_2, \ldots, p_K)$. Допустим, что всего имеются 200 пользователей. При этом в каждом текущем времени мы имели бы дело с 2^{200} различными случаями. Для вычисления значения этого числа на компьютере 2^{200} обозначим e^x, $x = 200\ln(2)$, тогда $2^{200} = \exp(200\ln(2))$.

Эти функции имеются во многих языках программирования.

Не нарушая целостности, представим, что потребность пользователей в объеме памяти одинакова. В этом случае возникает 200 различных требований памяти, и вектор вероятности распределения использования памяти будет $P = (p, p_2, \ldots, p_{200})$.

Для графического представления результата процесса умножим каждый p_i на 200 и покажем это на графике (рис. 2).

Эту плотность вероятности можно дискретно имитировать для 200 пользователей следующим образом:

$$p(i) = \begin{cases} K\left[1 + \sin\left(\frac{-\pi}{2} + (i-1)\frac{\pi}{40}\right)\right] i \in [1, 40] \\ K\left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + (i-41)\frac{\pi}{160}\right)\right] i \in [41, 200] \end{cases}.$$

Если взять $K = 1$ и суммировать полученные значения для нахождения коэффициента K, тогда получим:

$$\sum_{i=1}^{40}\left[1 + \sin\left(\frac{-\pi}{2} + (i-1)\frac{\pi}{40}\right)\right] + \sum_{i=41}^{200}\left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + (i-41)\frac{\pi}{160}\right)\right] = 200.$$

Отсюда $K = \frac{1}{200}$.

Таким образом, можно вычислить вероятности одновременного обращения 1—10, 11—20, 21—30, 31—40 и т.д. пользователей и построить график процентных показателей обращений в различных комбинациях (рис. 3).

Как видно из графика, это распределение отличается от нормального распределе-

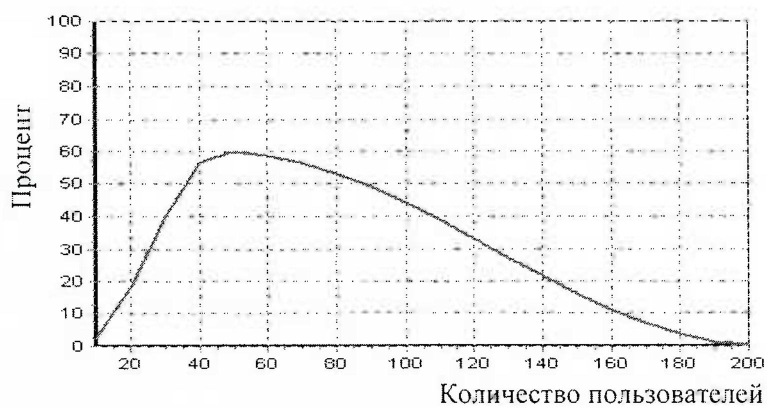

Рис. 3. Процентные показатели одновременных обращений за получением памяти различными группами пользователей

ния, что можно было бы предположить изначально. Не исключается, что распределение количества пользователей в некоторых их значениях может быть ближе к нормальному распределению. График, изображенный на рис. 3, естественно, похож на график плотности вероятности. Но эти графики отличаются по значениям. Вероятность обращения за получением памяти равна 60%, а вероятность обращения 60% группы пользователей одновременно за памятью — 40%. Создание графика распределения использования памяти в зависимости от времени может дать еще более интересные результаты.

Заключение

В статье рассмотрен вопрос оптимального распределения ресурсов памяти между пользователями в центрах обработки данных. Предложена модель динамического распределения ресурсов памяти. Модель применяется в виртуализации ресурсов памяти и обеспечивает использование ресурсов без их расточения. Эта модель дает возможность ресурсам памяти, выделенным для какой-либо цели, занимать в устройстве памяти ровно столько пространства, сколько они будут использовать. Таким образом, ресурсов выделяется ровно столько, сколько будет использоваться и не тратиться даром. Такое распределение ресурсов является выгодным как для cloud-провайдеров, так и для пользователя. Пользователь платит не за резервированный ресурс, а за фактически использованный им ресурс. Поставщик же освобождается от закупки и установки дополнительного оборудования, а также имеет возможность предложить данную услугу за более низкую цену, что приводит к большему вовлечению пользователей в данный вид услуг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Voevodin V.V., Voevodin Vl.V.** Parallel computing. St. Petersburg: BHV—Petersburg, 2002.
2. **Ilin Yu.** IBM invests Cloud Computing, http://www.pcnews.ru/news/ibm-300.
3. **Dikaiakos M.D., Pallis G., Katsaros D., Mehra P., Athena V.** Cloud Computing, Distributed Internet Computing for IT and Scientific Research // IEEE INTERNET COMPUTING. 2009. N 9. P. 10—13.
4. **Taha Hemdi A.** Introduction to Operations Research. M: Williams, 2001.
5. **Fu and Koutras. M.J. C. V.** Distribution theory of runs: A Markov chain approach // Journal of the American Statistical Assocation. 1996. V. 89. P. 1050—1058.
6. **Balasubramanian K., Viveros R., Balakrishnan N.** Sooner and later waiting time problems for Markovian Bernoulli trials, statistically // Probab. Lett. 1993. P. 153—161.
7. **Kolev N., Minkov L.** On the joint distribution of the successes and failures related to success runs of length in the homogeneous Markovchain // Compt. Randue Bulg. Acad. Sci. 48. 1995. V. 9. 19—22.
8. **Graham Ronald, Knuth Donald, Patashnik Oren.** (5) Binomial Coefficients Concrete Mathematics (2nd ed.) // Addison Wesley. 1994. P. 153—256.
9. **Gardner M.** Mathematical leisure. M.: Mir, 1972.

ООО «Наука и технологии»

Учредитель журнала ООО «Наука и технологии»
Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по печати.
Свидетельство о регистрации № 018873 от 27 мая 1999 г.

Редактор *Морозова И.М.*

Оригинал-макет и электронная версия изготовлены в ООО «СиД».
Сдано в набор 01.04.2015. Подписано в печать 06.05.2015.
Формат 60×88 1/8. Усл.-печ. л. 5,82. Уч.-изд. л. 6,23. Печать цифровая. Тираж 120 экз. «Свободная цена»

Отпечатано в ООО «СиД».